|  |  |
| --- | --- |
|  | D:\Dokumen Mocher\desktop\logo UMB.jpg |
|  | **MODUL PERKULIAHAN** |
|  |  |
|  | **FUNGSI LIMIT**   * Pengertian limit fungsi * Rumus-rumus limit fungsi * Penyelesaian limit fungsi |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  | |  | |  |
|  | **Fakultas** | | **Program Studi** | **Tatap Muka** | **Kode MK** | | **Disusun Oleh** | |  |
|  | Ilmu Komputer | | Sistem Informasi | **14** | **87005** | | Drs. Sapto Prayogo. M.Kom | |  |
| **Abstract** | | | | **Kompetensi** | |
|  | | | |  | |
| Limit suatu fungsi merupakan salah satu konsep mendasar dalam kalkulus dan  analisis, tentang kelakuan suatu fungsi mendekati titik masukan tertentu. | | | | Mahasiswa mampu memahami limit fungsi dan dapat menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan limit fungsi dengan menggunakan rumus-rumus limit . | |

**LIMIT FUNGSI**

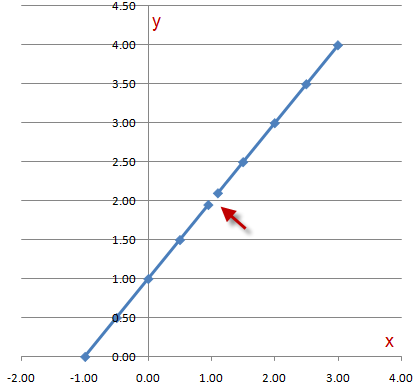
* + 1. **Pengertian Limit Fungsi**

Diketahui fungsi f : R --> R ditentukan oleh f(x)= (x2-1)/(x-1) . Nilai fungsi untuk x mendekati 1 dari kiri x dan kanan x diberikan pada tabel berikut.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -1.00 | -0.50 | 0.00 | 0.50 | 0.95 | 1.00 | 1.10 | 1.50 | 2.00 | 2.50 | 3.00 |
| f(x) | 0.00 | 0.50 | 1.00 | 1.50 | 1.95 |  | 2.10 | 2.50 | 3.00 | 3.50 | 4.00 |

Fungsi diatas tidak terdefinisi di x=1, karena di titik tersebut f(x) berbentuk 0/0. Tapi masih bisa ditanyakan berapa nilai f(x) jika x mendekati 1. Dalam masalah ini untuk x mendekati harga tertentu dapat ditentukan nilai pendekatan dari f(x) yang merupakan limit (nilai batas) dari f(x) tersebut.

Dalam bentuk grafik dapat digambarkan sebagai berikut :



Pada grafik diatas dapat dilihat bahwa fungsi terputus pada saat x = 1.  
Jika *y=f(x)* suatu fungsi, *a* dan L bilangan riil dan misalkan *f(x)* dapat kita buat sedekat mungkin ke L dg membuat *x* cukup dekat *a* tetapi tdk sama dg a,maka dapat dikatakan bhw limit *f(x*) bila *x* mendekati *a* adalah L. Secara intuitif limit dapat didefinisikan sebagai :

* + 1. **Limit Kiri dan Limit Kanan**

1. Bila untuk setiap *ε > 0* terdapat *δ > 0* sedemikian sehingga untuk setiap *x ∈ Df* dimana *x0 - δ < x < x0* berlaku *|f(x) – L| < ε*, maka dikatakan limit kiri dari *f(x)* untuk *x* mendekati *x0* adalah *L* dan ditulis



1. Bila untuk setiap *ε > 0* terdapat *δ > 0* sedemikian sehingga untuk setiap *x ∈ Df* dimana *x0 < x < x0 + δ* berlaku *|f(x) – L| < ε*, maka dikatakan limit kanan dari *f(x)* untuk *x* mendekati *x0*adalah*L* dan ditulis
2. 
   * 1. **Teorema Limit**
3. Jika f(x) = c , maka
4. Jika dan
   1. +
   2. .
   3. = k.F
   4. 
      1. **Penyelesaian Limit Fungsi**
5. **Limit Fungsi Aljabar**
6. Substitusi Langsung.

Contoh 1 :

=

Contoh 2

1. Pemfactoran

Jika hasil dari limit bentuk tak tentu , maka lakukan pemfactoran terrlebih dahulu terhadap f(x) dan g(x)

.= = =

Contoh

Subtitusi nilai x

= = =1

Subtitusi nilai x

Faktorkan

x2 – 9 => ( x- 3) (x+3 ), sehinggaa

dapat ditulis dalam bentuk

=

=

= 3+3 =6

Subtitusi nilai x

= =

Factorkan (x+3)

(x+3) =

=

=

=

Subtitusi nilai x

=

Factorkan

x2 – 2x menjadi x(x-2)

3x2 -4x menjadi x(3x-4)

Sehingga dapat ditulis menjadi

=

=

= =

Untuk limit bentuk = untuk x = a, dan fungsi f(x) dan g(x) sulit difaktorkan, maka lakukan perkalian factor sekawan.

Subtitusi nilai x

=

= =

Karena hasil dalam bentuk tak tentu, maka lalukan perkalian sekawan jaitu dengan mengalikan dengan sehingga didapat bentuk baru dari yaitu,

= .

=

=

= =

Subtitusi langsung nilai x = 1 ke limit fungsi akan menghasilkan bentuk tak tentu. Lakukan perkalian sekawan dengan factor sekawannya dan sehinggal dapat ditulis dalam bentuk

= . .

=.

= .

= .

= .

=2. = 2. =

1. Diberikan fungsi

*f(x) =* 

Tentukan :

1. Gambar grafik *f*

1

0

1

2

-1

*y*

*f(x)*

3

-1

-2

*x*

1. Tentukan , jika ada

Dengan menggunakan definisi limit, dapat ditunjukkan bahwa pada titik *a = -1* maka:

Limit kiri :  dan

Limit kanan :



karena limit kiri sama dengan limit kanan maka disimpulkan bahwa ada (nilai limit -1).

1. Tentukan , jika ada

Pada titik *a = 1* , maka

Limit kiri :  dan

Limit kanan : 

karena limit kiri tidak sama dengan limit kanan maka disimpulkan bahwa

*tidak ada.*

1. **Limit Fungsi Trigonometri**

Rumus limit fungsi trigonometri:

* + 1. Limit fungsi sinus

1. 
2. 
3.  → 
4.  → 
   * 1. Limit fungsi tangens
5. 
6. 
7.  → 
8.  → 

Contoh :

Hitunglah nilai limit fungsi-fungsi trigonometri berikut!

a.  b. 

**Penyelesaian:**

a.  = 

= 

= 1 .  = 

b.  = 

= 

**=** 1. 1 . = 

Soal :

* + - 1. Tentukan nilai limit fungsi aljabar berikut ini
      2. Tentukan limit fungsi trigonometri berikut ini

1. 
2. 
   * + 1. Diketahui fungsi

Tentukan

* 1. Grafik fungsi
  2. jika ada
  3. jika ada

# Daftar Pustaka

1. Cipta Science Team. 1997. *Rangkuman Matematika Untuk Siswa SMU*. Yustadi, Indonesia
2. Palouras, J.D. dan Gunawan, W. 1987. *Peubah kompleks untuk Ilmuan dan Insinyur*. Erlangga. Jakarta
3. Stroud, K.A. dan Edwin, S. 1989. *Matematika Untuk Teknik.* Ed. Ke-3. Erlangga Jakarta.
4. Tampomas, H. 1999 *Seribu Pena Matematika SMU Kelas 3.* Erlangga, Jakarta